

文章编号:1000-8055(2013)04-0743-09

不可压平板边界层转捩机理

李 宁¹, 罗纪生²

(1. 中国石油勘探开发研究院 油气开发软件中心, 北京 100083;

2. 天津大学 力学系, 天津 300072)

摘 要: 基于扰动形式 N-S 方程, 从空间模式的角度, 采用 Fourier 伪谱及 MPI(message passing interface)并行方法, 模拟了不可压平板边界层从层流到湍流的转捩过程. 通过对计算统计数据进行分析, 比较了不同幅值入口扰动引起的转捩过程的不同. 研究表明: 当层流中扰动幅值逐渐增大后, 非线性作用将修正平均流剖面, 表现为不稳定区域逐渐扩大, 很多高次谐波被激发. 当平均流剖面被修正到一定程度时, 不稳定区域变得很大, 这使得更多的高次谐波被快速激发并迅速增长, 即转捩过程开始. 由于大量谐波快速增长导致扰动能量快速增长, 同时, 扰动能量的快速增长又进一步加速了平均流剖面的快速修正, 即平均流剖面的不稳定特性发生了改变, 这样的相互作用使得层流快速变为湍流, 因此, 平均流剖面不稳定特性的改变在转捩过程中起到了关键作用.

关 键 词: 不可压缩边界层; 直接数值模拟; 空间模式; 转捩; 稳定性分析

中图分类号: V211; O357

文献标志码: A

Transition mechanism of an incompressible boundary layer on a flat plate

LI Ning¹, LUO Ji-sheng²

(1. Software Center of Oil and Gas Development,

Research Institute of Petro China Exploration and Development, Beijing 100083, China;

2. Department of Mechanics, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: Direct numerical simulation (DNS) was carried out for laminar-turbulent transition of an incompressible boundary layer on a flat plate based on disturbance N-S equation in spatial mode with Fourier pseudo-spectral and message passing interface (MPI) methods. The statistical data were analyzed. Transition processes caused by disturbances with different initial amplitudes were compared. Results indicate: after the amplitude of disturbances in laminar flow grows, nonlinear effect modifies the profile of mean flow, with enlargement of performed by the enlarging unsteady zones. At the same time, more and more high frequency harmonic waves are generated. When the profiles of mean flow are modified to certain degree, the unstable zones are enlarged significantly. More harmonic waves are activated and grown rapidly, triggering the breakdown of transition process. During the breakdown of transition process, the rapid growth of many harmonic waves induces the rapid growth of disturbance energy, accelerating the modification of mean flow profiles. The phenomenon means that the instability characteristic of mean flow profile is changed.

收稿日期: 2012-09-24

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20130417.1353.201304.743_004.html

基金项目: 国家自然科学基金(10632050)

作者简介: 李宁(1978—), 男, 辽宁复县人, 工程师, 博士, 主要研究方向为流动稳定性.

The reciprocal rapid growth makes laminar flow become turbulent flow rapidly. Therefore, change of instability characteristic of mean flow profile plays a key role during process of transition.

Key words: incompressible boundary layer; direct numerical simulation; spatial mode; transition; linear stability analysis

转捩是自然界及工程实践中广泛存在的现象. 有效预测及控制转捩一直是流体力学的重要研究课题之一, 具有深远的理论和实际意义^[1-3]. 从学术角度讲, 转捩分广义转捩和狭义转捩. 广义转捩指层流中扰动的不稳定、增长、高频扰动出现、流动变的混乱、湍流开始产生, 然后湍流发展直至充分发展湍流的整个过程. 狭义转捩指转捩过程中的高频扰动出现、流动变的混乱、湍流开始产生的过程, 即突变(breakdown)过程. 本文所研究的转捩指的就是狭义转捩.

王新军等^[4-5]对不可压槽道流转捩的突变过程进行了直接数值模拟, 发现在转捩过程中湍流能量得以快速增长和平均流剖面得以快速被修正, 其根本原因是平均流剖面的稳定性特征发生了很大变化. 在层流剖面快速转变为湍流剖面的机理方面, 黄章峰等^[6]采用时间模式、曹伟等^[7]采用空间模式, 分别对超声速平板边界层转捩过程做了直接数值模拟研究, 也都得到了与王新军同样的结论, 即转捩过程中, 由于扰动的增长, 平均流剖面修正随之增大, 导致流动稳定性特征显著变化, 更多的扰动以更大的增长率增长, 使得层流剖面快速转变为湍流剖面.

由于采用时间模式研究转捩问题具有占用计算机资源少的特点(通常单机即可满足计算, 但耗用时较长), 所以在计算机资源相对匮乏的情况下被首先采用^[8]. 但从严格意义来讲, 时间模式假设的是周期性边界条件, 这对于边界层厚度随空间变化的平板边界层问题来说具有一定的误差, 因此, 本文采用空间模式研究平板边界层的转捩问题.

1 数值方法和计算参数

本文控制方程采用扰动形式 N-S 方程. 时间离散采用 Karniadakis 等^[9]建议的混合显-隐相结合的分裂格式. 空间离散使用 Fourier 伪谱方法, 即在展向采用 Fourier 变换, 在流向和法向, 采用高阶精度紧致有限差分格式^[10-11]. 为避免出口压力波的反弹影响, 出口边界条件采用增加阻尼的

方法, 即嵌边函数法^[12-13]. 基于空间模式的直接数值模拟计算量巨大, 因此本文采用 MPI 并行计算方法编写了计算程序. 具体的计算细节和边界条件、并程序验证及线性理论验证的过程, 请参见文献^[14-15].

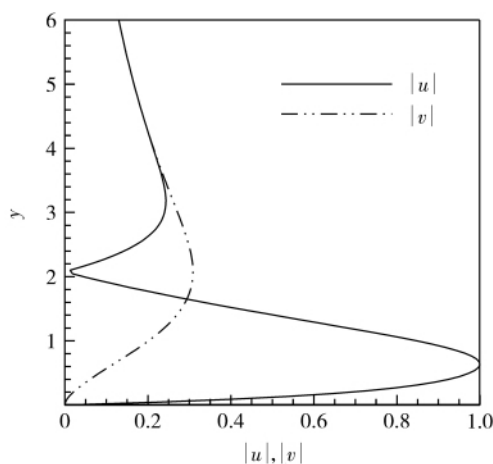
在计算域入口处引入初始扰动. 初始扰动由 3 个 T-S(Tollmien-Schlichting)波组成, 具体形式如式(1)所示.

$$\sum_{j=1}^3 A_{mpj} u_j(y) e^{i(\alpha_j x + \beta_j z - \omega_j t)} \quad (1)$$

其中 $\alpha_j = \alpha_r + i\alpha_i$, α_r 为二维、三维扰动流向波数, α_i 为二维、三维扰动增长率; β_j 为展向波数; ω_j 为三维扰动频率; $u_j(y) = [u_j(y), v_j(y), w_j(y), p_j(y)]$, ($j = 1, 2, 3$), 为由 Orr-Sommerfeld 方程特征值问题得到的归一化特征函数, 如图 1(a)和图 1(b)所示, $u_j(y)$, $v_j(y)$, $w_j(y)$ 分别为流向、法向和展向的特征速度; $p_j(y)$ 为特征压力; A_{mpj} 为二维、三维扰动初始幅值.

两组算例的初始扰动参数相同, 幅值不同, 具体数值如表 1、表 2 所示.

雷诺数以计算域入口处边界层排移厚度无量纲化, 取 732. 计算域的三维尺寸和网格数如表 3 所示, 其中 L_u, L_v, L_w 分别为流向、展向和法向的计算域范围; N_u, N_v, N_w 分别为流向、展向和法向的网格数. 法向采用变坐标形式, 坐标变换公式为



(a) 二维扰动特征函数

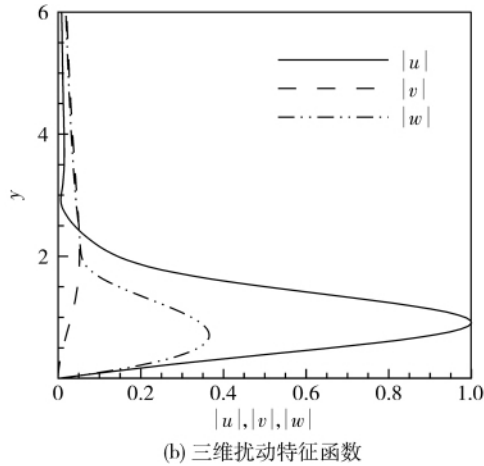


图1 计算域入口处初始扰动特征函数

Fig. 1 Shapes of eigen-functions introduced at the entrance

$y = L_v \cdot \eta / [1 + (\sqrt{1 + 8k_2} - 3) \cdot (1 - \eta^2)/4]$
其中 k_2 为纵向最大间距与最小间距的比值,取 100; η 为等间距坐标值. 层流和湍流阶段的基本时间步长分别为 0.035 和 0.023 个无量纲时间.

表1 初始扰动参数

Table 1 Parameters of initial disturbances

参数名称	二维扰动 I	三维扰动 II	三维扰动 III
流向波数 α_x	0.249 105 3	0.110 322 9	0.110 322 9
流向增长率 $-\alpha_i$	0.003 496 5	-0.006 511 5	-0.006 511 5
展向波数 β	0	0.241 8	-0.241 8
频率 ω	0.090 90	0.045 45	0.045 45

表2 初始扰动幅值

Table 2 Amplitudes of initial disturbances

初始扰动类别	算例 A	算例 B
二维扰动 I	0.037 2	0.01
三维扰动 II	0.012 4	0.000 1
三维扰动 III	0.012 4	0.000 1

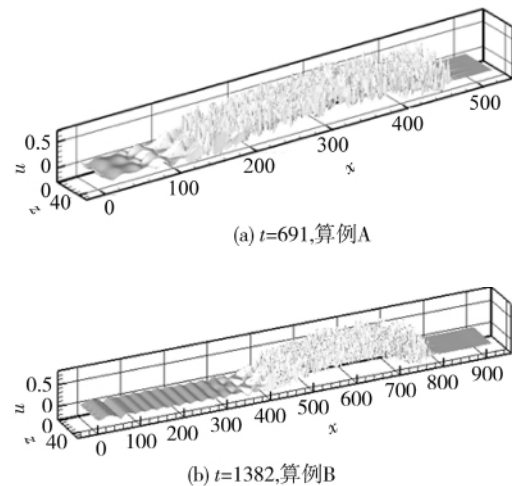
表3 计算域范围和网格数

Table 3 Dimension of computational domain and numbers of meshes

计算域范围和网格数	算例 A	算例 B
$L_u \times L_v \times L_w$	$512 \times 40 \times 26$	$911 \times 40 \times 26$
$N_u \times N_v \times N_w$	$450 \times 151 \times 128$	$800 \times 151 \times 128$

2 结果分析与讨论

对于算例 A 和 B, 分别经历了 691 和 1382 个无量纲时间后, 完成了扰动从层流到湍流的转捩过程. 在 $y=0.76$ 处, 流向扰动速度 u 空间演化情况如图 2 所示. 从图中可以看出, 层流阶段流动比较有规律, 且扰动幅值与初始扰动幅值相当. 转捩阶段较短, 流动迅速进入到湍流阶段. 湍流阶段扰动幅值比层流阶段大的多. 扰动的初始幅值越大, 转捩发生的位置越靠近入口.

图2 扰动速度 u 随空间演化图Fig. 2 Evolution of disturbance velocity u

2.1 壁面摩擦因数和平均脉动动能

壁面摩擦因数 C_f 的定义为

$$C_f = \tau_w / \left(\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \right) \quad (2)$$

对于层流为

$$C_f = \frac{2}{Re} \cdot \frac{\delta_0}{\delta} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \bigg|_w = \frac{0.664}{Re} \cdot \frac{\delta_0}{\delta} \quad (3)$$

其中 $\tau_w = \mu (\partial \bar{u} / \partial y) \big|_w$, $\bar{u}$ 为平均流速度, 下标 w 代表壁面; ρ 为流体密度; U_∞ 为自由来流速度; δ_0 为计算域入口处层流边界层厚度; δ 为当地层流边界层厚度.

图 3 给出了两组算例壁面摩擦因数 C_f 随空间的演化曲线(后缀 $_A$ 和 $_B$ 分别表示算例 A 和算例 B, $_L$ 表示层流段参数, 后面与此相同). 对于算例 A 和 B, C_f 曲线的取值分别为 $t=0 \sim 691$ 和 $t=0 \sim 1382$ 无量纲时间内沿展向及时间做平均的统计结果. 从图中可看出, 两条 C_f 曲线的层流段与式(2)计算的理论值基本吻合, 说明计算统计结果正确. 同时, 分别在流向约 $x=80$ (指 80 个无量纲长度处, 后面与此相同) 和 $x=360$

处 C_f 曲线开始发生快速变化,在约 $x=220$ 和 $x=500$ 处 C_f 曲线达到峰值.如果以 C_f 曲线快速增大的起始点表示转捩开始,以 C_f 曲线达到峰值表示转捩完成,之后是逐渐趋向充分发展湍流的过渡过程,从中可看出对于不同初始幅值扰动引起的转捩,转捩发生的地点不同,较大初始幅值扰动引起的转捩先于较小初始幅值扰动引起的转捩,但转捩段的距离均约为 140 个无量纲长度.另外,转捩后壁面摩擦因数基本上增大到同样大小,该结果符合一个共识,即转捩后期的湍流与引起转捩的扰动无关.

总平均脉动动能 e^2 、流向平均脉动动能 e_u^2 、法向平均脉动动能 e_v^2 、展向平均脉动动能 e_w^2 的定义为

$$e^2 = \int_{y=0}^{y=L_v} \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) dy \quad (4)$$

$$e_u^2 = \int_{y=0}^{y=L_v} \frac{1}{2} \overline{u'^2} dy \quad (5)$$

$$e_v^2 = \int_{y=0}^{y=L_v} \frac{1}{2} \overline{v'^2} dy \quad (6)$$

$$e_w^2 = \int_{y=0}^{y=L_v} \frac{1}{2} \overline{w'^2} dy \quad (7)$$

其中 u', v', w' 分别为流向、法向、展向的脉动速度,上划线代表沿展向及时间求平均.

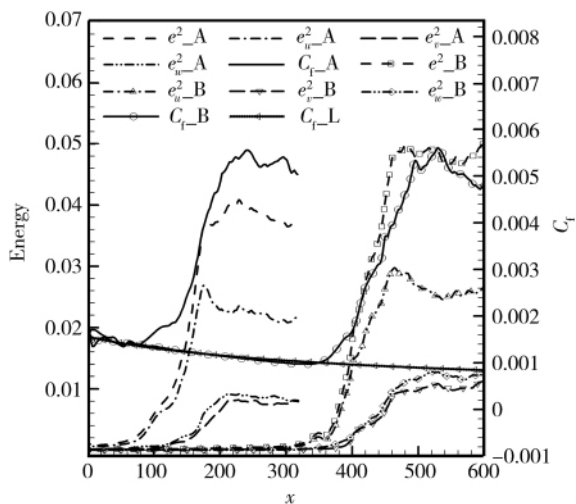


图3 壁面摩擦因数与平均脉动动能空间演化图

Fig. 3 Evolution curves for average skin-friction coefficient and average disturbance energy

图3给出了两组算例的平均脉动动能 e^2, e_u^2, e_v^2, e_w^2 随空间的演化情况,对应于算例A和算例B分别为在 $t=691$ 和 $t=1382$ 无量纲时间之前沿法向、展向及时间的统计结果,并且与壁面摩擦因数 C_f 曲线对比.从图中可看出: e^2, e_u^2, e_v^2, e_w^2 曲线

演化规律与 C_f 曲线类似,分别在流向约 $x=60$ 和 $x=340$ 处 e^2, e_u^2, e_v^2, e_w^2 曲线开始发生快速变化,在约 $x=200$ 和 $x=480$ 处 e^2, e_u^2, e_v^2, e_w^2 曲线达到峰值.从与 C_f 曲线对比的结果可看出,转捩过程中, e^2, e_u^2, e_v^2, e_w^2 曲线在先于 C_f 曲线约 20 个无量纲长度处开始快速增长,且快速增长区间的大小基本一致,约为 140 个无量纲长度.其中 e_u^2 曲线最先快速增长,达到峰值并略微减小后趋于定常. e_v^2, e_w^2 曲线的快速增长段比 e_u^2 曲线略有滞后,在 e_u^2 曲线达到峰值并略微减小时, e_v^2, e_w^2 曲线仍然在继续增大并逐渐趋于定常.在 e_u^2 曲线的峰值处, e^2 曲线仍在增长,之后与 e_v^2, e_w^2 曲线一同达到峰值,这是因为 e_v^2, e_w^2 曲线的增长量补充了 e_u^2 曲线的减少量,使 e^2 曲线持续增长并最终趋于平缓.

由于算例A和算例B初始的扰动幅值不同,算例A发生转捩的位置比算例B更接近上游,因此算例A和算例B相比较,转捩所处位置的边界层厚度较薄.由于平均脉动能量随边界层厚度的减小而减小,因此算例A比算例B的各个平均脉动能量均小,所以从图3中可看出 e^2 曲线所达到的最大值分别约为 0.04 和 0.05. 但各算例的 e_u^2, e_v^2, e_w^2 所占 e^2 的比例却基本相似: e_u^2 约占 60% 比例, e_v^2 和 e_w^2 各约占 20% 比例.

因此可以说从相同层流边界层流向位置开始的扰动,越小的初始幅值扰动引起的转捩,总平均脉动动能及各方向平均脉动动能越大,但各方向平均脉动动能占总平均脉动动能的比例均一致:流向平均脉动动能约占 60%,法向和展向平均脉动动能各约占 20%.

层流段边界层排移厚度 δ^* 、动量损失厚度 θ 和形状因子 H 的理论值分别为

$$\delta_1^* = 1.7208 Re^{-1/2} (x + x_0)^{1/2} \quad (8)$$

$$\theta_1 = 0.664 Re^{-1/2} (x + x_0)^{1/2} \quad (9)$$

$$H = \delta_1^* / \theta_1 \quad (10)$$

其中 x_0 为计算域入口与边界层前缘间的距离.

图4中是两组算例分别在 $t=691$ 和 $t=1382$ 无量纲时间之前分析统计的边界层排移厚度 δ^* 、动量损失厚度 θ 和形状因子 H 的空间演化情况.从图中可看出,层流段 δ^*, θ 和 H 的计算值与式(5)三式计算的理论值吻合得很好.同时,与壁面摩擦因数曲线一致,即分别在 $x=80$ 和 $x=360$ 处, δ^* 曲线开始出现下降, θ 曲线开始上升;在 $x=220$ 和 $x=500$ 处, δ^* 曲线下降到最低值, θ 曲线继续上升.

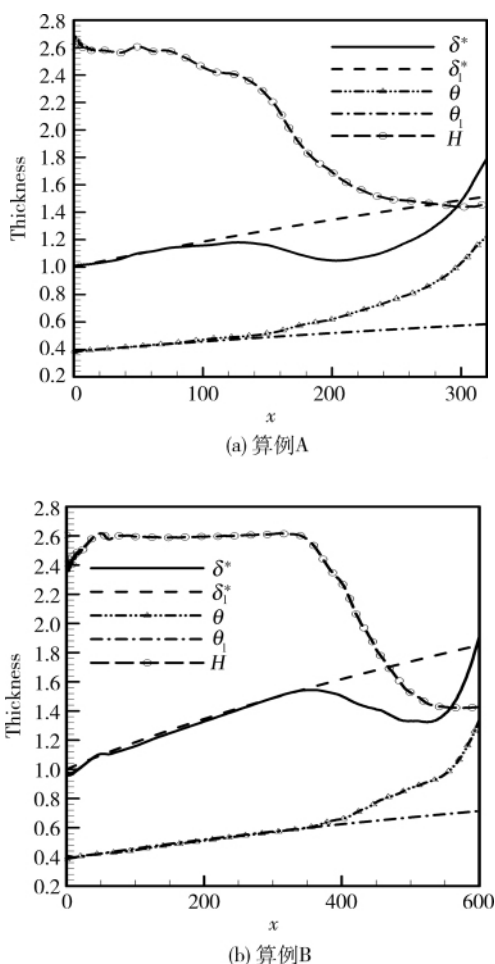


图4 排移厚度、动量损失厚度和形状因子空间演化图

Fig. 4 Evolution curves for displacement thickness and momentum loss thickness of boundary layer and shape factor

2.2 谱空间扰动速度演化

一般来讲,0阶谱扰动速度 $\hat{u}$ 的模可反映平均流修正和二维扰动情况.图5(a)给出了谱空间中算例A在 $t=691$ 、算例B在 $t=1382$ 无量纲时间的0阶谱扰动速度 $\hat{u}$ 的模随空间的演化情况($m=0$ 表示0阶谱).从图中可看出,对于不同初始幅值扰动引起的转捩,在转捩开始点之前,二维扰动是有规则的,但幅值不相等.在转捩开始点之后,二维扰动的幅值变得无规则,这是因为平均流修正的快速增长在起作用.平均流修正快速增长的位置与二维扰动开始不规则的位置一致,快速增长的过程大致相同.

图5(b)给出了谱空间中算例A在 $t=691$ 、算例B在 $t=1382$ 无量纲时间的1阶谱扰动速度 $\hat{u}$ 的模随空间的演化情况($m=1$ 表示1阶谱).在转捩开始点附近(两组算例分别指 $x=80$ 和 $x=360$ 处),有规则的三维扰动在达到最大后开始变为无

规则三维扰动,有规则三维扰动幅值最大值均约为0.05.与图5(a)对比可知,二维扰动幅值在转捩开始点之前有规则且较稳定,但三维扰动的增长快速,这或许是流动稳定性的二次稳定性在起作用.以上进一步说明了三维扰动的快速增长加

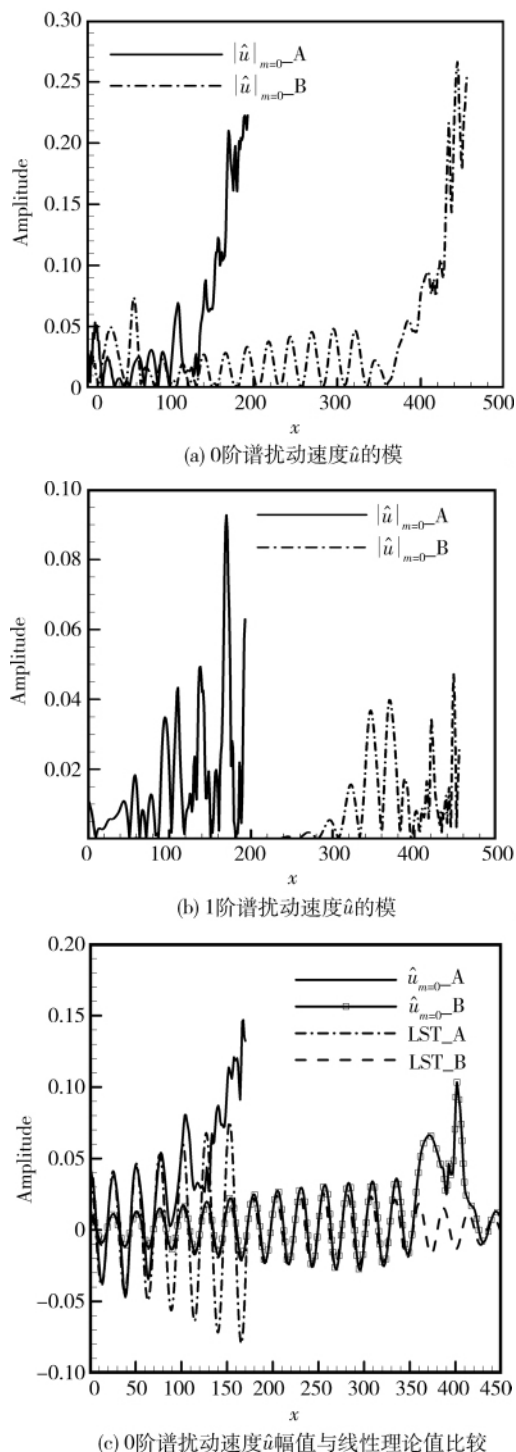


图5 谱空间扰动速度 $\hat{u}$ 幅值空间演化图

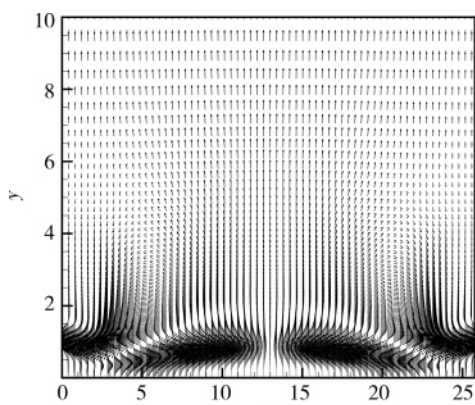
Fig. 5 Evolution curves of 0th and 1st mode for disturbance velocity $\hat{u}$ in spectral space

速了平均流修正的快速增长,与此同时,平均流修正的快速增长又改变了二维、三维扰动的演化状况,使流动无规则。

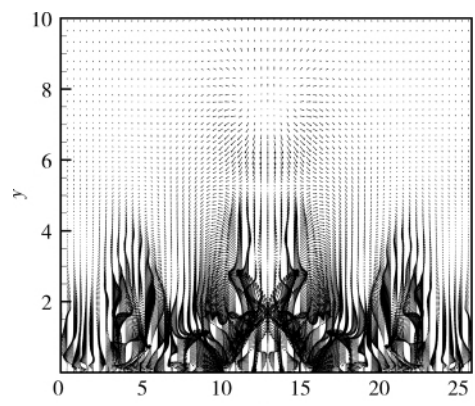
图5(c)给出了算例A在 $t=691$ 、算例B在 $t=1382$ 无量纲时间的0阶谱扰动速度 $\hat{u}$ 与入口二维扰动流动稳定性线性理论比较的结果。从图中可看出两组算例在转捩前0阶谱 $\hat{u}$ 幅值演化曲线与入口二维扰动线性流动稳定性分析理论值曲线(LST)基本吻合。入口二维扰动波长理论值约为25个无量纲长度($\lambda=2\pi/\alpha_r=25.22\approx 25$),从图中测量计算的波长恰好也均约为25个无量纲长度。因此,转捩前0阶谱扰动波可用流动稳定性线性理论预测,这为转捩预测中的 $e-N$ 方法提供了理论基础。

2.3 速度矢量分布和平均速度剖面

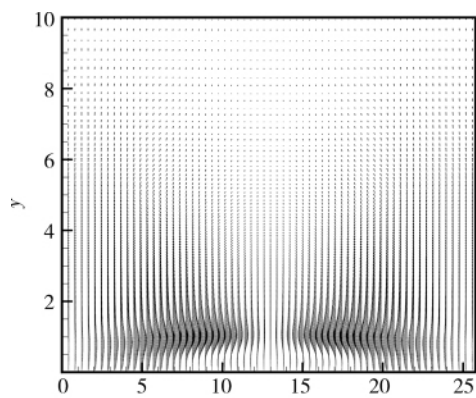
图6(a)~图6(d)分别为算例A在 $t=691$ 和算例B在 $t=1382$ 无量纲时间的不同流向位置 $y-z$ 平面的速度矢量分布图。从图中可看出,在转捩开始时,即图6(a)、图6(c),扰动速度较有规律,但在转捩接近结束时,即图6(b)、图6(d)中,扰动被大大地放大且已没有规律,这意味着有更多的高次谐波被激发出来。



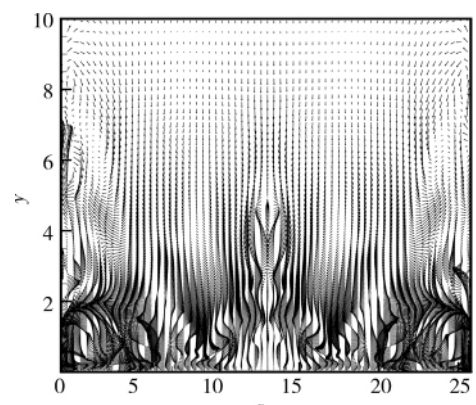
(a) 算例A, $x=80$



(b) 算例A, $x=220$



(c) 算例B, $x=360$

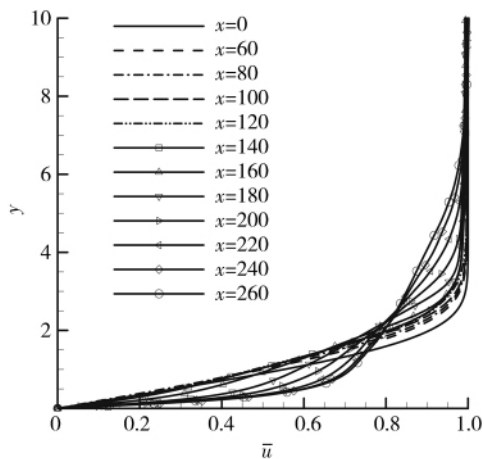


(d) 算例B, $x=500$

图6 $y-z$ 平面速度矢量分布图

Fig. 6 Velocity vector distribution in $y-z$ plane

图7(a)和图7(b)分别显示了算例A在 $t=691$ 无量纲时间和算例B在 $t=1382$ 无量纲时在流向不同位置平均速度 $\bar{u}$ 的剖面图。从图中可看出,两组算例平均速度剖面快速变化的范围分别为 $x=80\sim 220$ 和 $x=360\sim 500$,约为140个无量纲长度,在此范围内,平均速度剖面均有拐点出现。



(a) 算例A

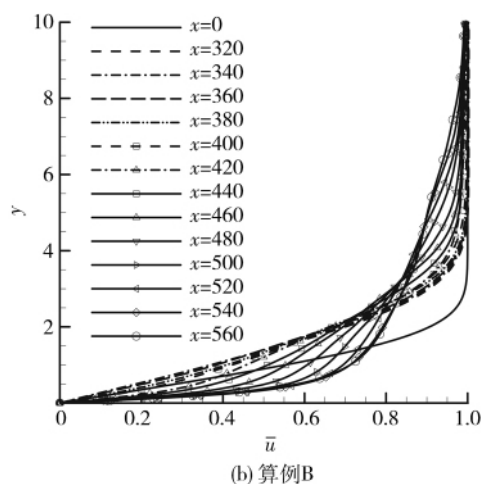
图7 流向不同位置的平均速度 $\bar{u}$ 的剖面图

Fig. 7 Profile curves of mean velocity $\bar{u}$ at several stream-wise locations

2.4 流动稳定性分析

针对算例 A 中不同流向位置上的平均速度剖面 ($t=691$ 无量纲时间内沿法向、展向的统计结果) 进行流动稳定性分析, 由于本文采用空间模式, 所以可绘制出 (ω, β) 平面内的中性曲线。由于平均流的 ω 等于 0, 所以中性曲线沿 ω 轴对称, 图 8 中只绘出 $\beta \geq 0$ 的一侧。

经过比对, 选取不同流向位置处具有代表性的 (ω, β) 平面中性曲线绘于图 8 中。从中性曲线的演化过程可看出, 当 x 在 $0 \sim 58$ 区间时, 不稳定性区域随流向位置增加而减小; 当 x 在 $94 \sim 170$ 区间时, 不稳定区域逐渐增大, 增长率也增大; 当 x 在 $170 \sim 193$ 区间时, 不稳定区域逐渐减小; 当 $x > 193$ 之后, 不稳定区域消失。

图 9 中对算例 B 的平均速度剖面 ($t=1382$ 无量纲时间内沿法向、展向的统计结果) 也进行了类似的分析, 其分析结果与算例 A 类似, 随流向

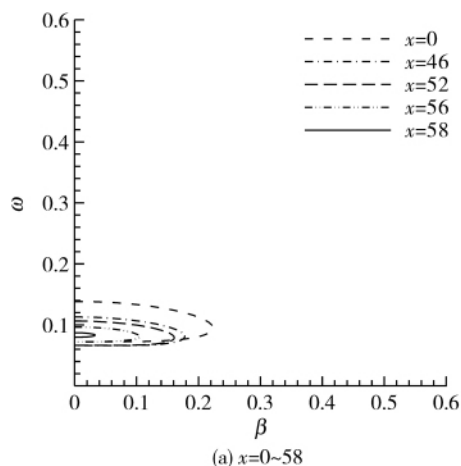
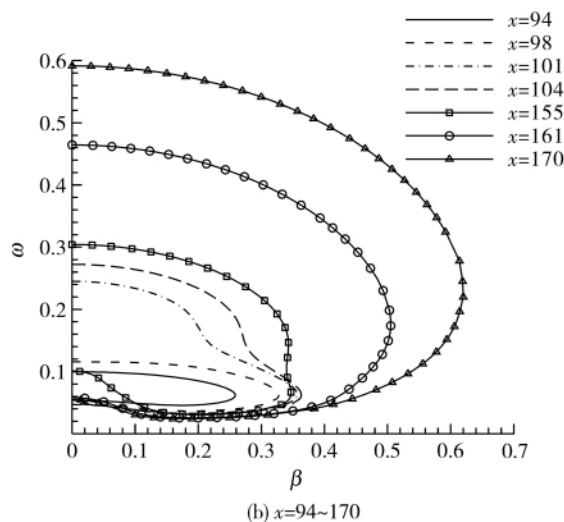
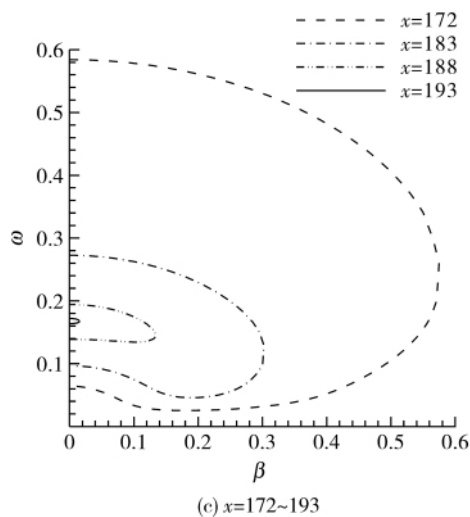
(a) $x=0 \sim 58$ (b) $x=94 \sim 170$ (c) $x=172 \sim 193$ 图8 算例 A 流动稳定性分析 (ω, β) 平面上的中性曲线

Fig. 8 Neutral curves in (ω, β) plane by linear stability analysis in case A

位置的增长, 不稳定区域同样经历了先减小、再增大、又减小直至消失的全过程。唯一的不同的是在转捩开始阶段, 不稳定区域向 ω 减小的方向移动的距离比算例 A 明显, 同时, 不稳定区域的最大范围比算例 A 小一些。

从两组算例分析结果可看出不稳定区域沿流向变化规律为: ① 不稳定区域第 1 次逐渐缩小; ② 不稳定区域缩小至很小后, 又渐渐增大, 该流向位置处 C_f 曲线开始快速增长; ③ 不稳定区域达到最大, 该流向位置大致位于 C_f 曲线快速上升段的 $1/3$ 处; ④ 不稳定区域第 2 次逐渐缩小, 最终趋向零, 该流向位置处 C_f 曲线达到峰值。

综上所述, 不可压平板边界层转捩机理为: 当层流中的扰动幅值逐渐增大后, 非线性作用将修

正平均流剖面,表现为不稳定区域的逐渐扩大,该过程中很多高次谐波被激发出来;当平均流剖面被修正到一定程度时,不稳定区域会变得很大,这

使得更多的高次谐波被快速激发并迅速增长,于是便开始了转捩过程。在转捩过程中,由于大量谐波的快速增长,导致了扰动能量的快速增长,同时,扰动能量的快速增长又进一步加速了平均流剖面的快速修正,即平均流剖面的不稳定特性发生了改变,这样的相互作用使得层流快速的变为湍流。所以说,平均流剖面不稳定特性的改变在转捩过程中起到了关键性的作用。

3 结 论

1) 从数值实验结果可看出,在层流段, C_f 曲线、排移厚度、动量损失厚度、形状因子的计算值与层流段理论值吻合, 0 阶谱流向扰动速度幅值演化情况与流动稳定性分析结果一致;转捩后,平均脉动动能等计算结果均符合湍流统计规律和演化趋势。这说明本文的方法对于不可压平板边界层层流到湍流转捩问题是正确的。

2) 通过流动稳定性分析,研究了转捩过程的内在机理,比较了不同幅值入口扰动引起的转捩过程的同异。结果表明平均流剖面不稳定特性的改变在转捩过程中起到了关键作用。本文成果为深入研究湍流奠定了理论和方法基础。

致谢:

本工作在完成过程中,曾得到周恒院士的指导和帮助,在此表示感谢。

参考文献:

- [1] 周恒. 新世纪对流体力学提出的要求[J]. 自然科学进展, 2000, 10(6): 491-494.
ZHOU Heng. Request for fluid mechanics in new century [J]. Advances in Natural Science, 2000, 10(6): 491-494. (in Chinese)
- [2] 杨琳, 邹正平, 宁方飞, 等. 边界层转捩的数值模拟[J]. 航空动力学报, 2005, 20(3): 355-360.
YANG Lin, ZOU Zhengping, NING Fangfei, et al. Simulation of boundary layer transition[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(3): 355-360. (in Chinese)
- [3] 袁湘江, 陆利蓬, 沈清, 等. 钝体头部边界层“逾越”型转捩机理研究[J]. 航空动力学报, 2008, 23(1): 81-86.
YUAN Xiangjiang, LU Lipeng, SHEN Qing, et al. Study of bypass transition mechanisms in the boundary layer of blunt bodies[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(1): 81-86. (in Chinese)
- [4] 王新军, 罗纪生, 周恒. 平面槽道流中层流-湍流转捩的“breakdown”过程的内在机理[J]. 中国科学: G 辑, 2005, 35(1): 71-78.
WANG Xinjun, LUO Jisheng, ZHOU Heng. Inherent mechanism of breakdown in laminar-turbulent transition

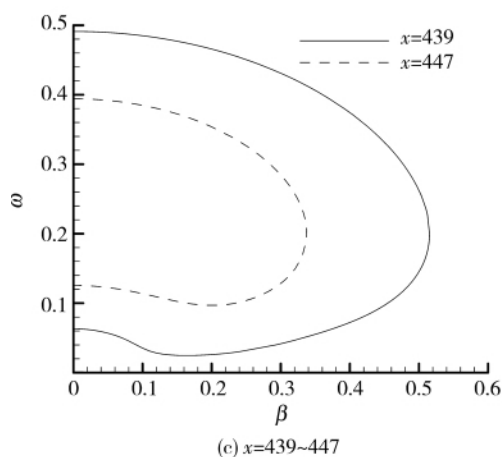
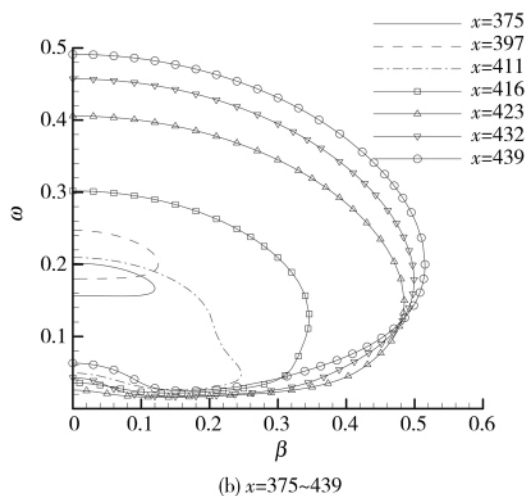
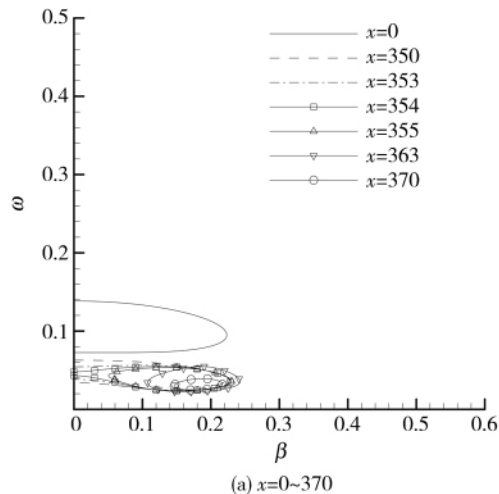


图9 算例B流动稳定性分析(ω, β)平面上的中性曲线

Fig. 9 Neutral curves in (ω, β) plane by linear stability analysis in case B

- on a channel flat plate[J]. Scientia Sinica; Series G, 2005, 35(1): 71-78. (in Chinese)
- [5] 王新军, 李宁. 转捩中平均流剖面对扰动波演化的影响[J]. 天津大学学报, 2007, 40(11): 1346-1350.
WANG Xinjun, LI Ning. Effect of mean flow profile on wave evolution in transition process[J]. Journal of Tianjin University, 2007, 40(11): 1346-1350. (in Chinese)
- [6] 黄章峰, 曹伟, 周恒. 超音速平板边界层转捩中层流突变为湍流的机理: 时间模式[J]. 中国科学: G 辑, 2005, 35(5): 537-547.
HUANG Zhangfeng, CAO Wei, ZHOU Heng. Mechanism of breakdown in laminar-turbulent transition of a supersonic boundary layer on a flat plate-time mode[J]. Scientia Sinica; Series G, 2005, 35(5): 537-547. (in Chinese)
- [7] 曹伟, 黄章峰, 周恒. 超音速平板边界层转捩中层流突变为湍流的机理研究[J]. 应用数学与力学, 2006, 27(4): 379-386.
CAO Wei, HUANG Zhangfeng, ZHOU Heng. Study of the mechanism of breakdown in laminar-turbulent transition of a supersonic boundary layer on a flat plate[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2006, 27(4): 379-386. (in Chinese)
- [8] 唐洪涛, 宋云雪. 不可压缩平板边界层转捩中突变过程的数值模拟[J]. 航空动力学报, 2008, 23(12): 2224-2232.
TANG Hongtao, SONG Yunxue. Numerical simulation of the breakdown process in laminar-turbulent transition of incompressible boundary layer on a flat plate[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(12): 2224-2232. (in Chinese)
- [9] Karniadakis G E, Israeli M, Orszag S A. High-order splitting methods for the incompressible Navier-Stokes equations[J]. Journal of Computational Physics, 1991, 97(2): 414-443.
- [10] 傅德薰, 马延文. 平面混合流拟序结构的直接数值模拟[J]. 中国科学: A 辑, 1996, 26(7): 659-664.
FU Dexun, MA Yanwen. Numerical simulation of coherent structure in two-dimensional compressible mixing layers[J]. Science in China; Series A, 1996, 26(7): 657-664. (in Chinese)
- [11] Lele S K. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution [J]. Journal of Computational Physics, 1992, 103(1): 16-42.
- [12] 苏彩虹, 周恒. 嵌边法出流条件在可压缩流直接数值模拟中的应用[J]. 空气动力学学报, 2006, 24(3): 289-294.
SU Caihong, ZHOU Heng. The application of fringe method as the outflow boundary condition for the direct numerical simulation of compressible flows[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2006, 24(3): 289-294. (in Chinese)
- [13] Lundbladh A, Schmid P J, Berlin S, et al. Simulation of bypass transition for spatially evolving disturbances [R]. NASA Report, 19950014663, 1994.
- [14] 李宁, 罗纪生. Fourier 伪谱方法在不可压缩平板边界层研究中的应用[J]. 航空动力学报, 2007, 22(12): 2055-2061.
LI Ning, LUO Jisheng. Application of Fourier pseudo-spectral method in the incompressible boundary layer on a flat plate[J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(12): 2055-2061. (in Chinese)
- [15] 李宁, 罗纪生. 基于 MPI 的不可压缩 N-S 方程并行计算方法的研究[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(9): 8-10.
LI Ning, LUO Jisheng. Research on parallel computing algorithm of incompressible N-S equation based on MPI[J]. Computer Engineering and Applications, 2007, 43(9): 8-10. (in Chinese)